

Геометрия, 11 "В", домашнее задание на 19 января.

1. В основании правильной треугольной пирамиды $ABCD$ лежит треугольник ABC со стороной, равной 6. Боковое ребро пирамиды равно 5. На ребре AD отмечена точка T так, что $AT : TD = 2 : 1$. Через точку T параллельно прямым AC и BD проведена плоскость.

а) Докажите, что сечение пирамиды указанной плоскостью является прямоугольником.

б) Найдите площадь сечения.

2. Прямоугольный треугольник с катетами 3 и 4 вращают вокруг биссектрисы прямого угла. Найдите объём получающегося тела вращения.

3. Оси трёх одинаковых бесконечных цилиндров радиуса R пересекаются в одной точке и попарно перпендикулярны. Найдите объём пересечения этих цилиндров.

4*. Найдите площадь, ограниченную петлёй правильной конхоиды $y = \pm x \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$. (Указание. Нарисуйте приблизительно эту кривую, чтобы представить себе, где находится и как выглядит петля. Если лень, можно построить график на компьютере :) При вычислении интеграла работает, например, замена $x = \cos t$.)

5*. AB – хорда окружности ω , C точка на ω . Пусть A' и B' симметричны точкам A и B при симметрии относительно BC и AC соответственно. Докажите, что при движении C по ω расстояние между серединами AB и $A'B'$ не меняется.