Геометрия, 11 "В", домашнее задание на 15 декабря.

$\boxed{1}$ **[ЕГЭ, тренировочный вариант. Требуется "ЕГЭшное" оформление!]** Дан прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$, у которого $AB = 5$, $BC = 3$ и $CC_1 = 4$. Через середину диагонали AC_1 проведена плоскость α, перпендикулярная этой диагонали.

а) Докажите, что $D_1 \in \alpha$.

б) Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью α.

$\boxed{2}$ Вычислите интегралы, сделав подходящую замену переменной:

$\boxed{\text{а)}}$ $\displaystyle\int \frac{\sin\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\,dx$

$\boxed{\text{б)}}$ $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{9-4x^2}}$

$\boxed{\text{в)}}$ $\displaystyle\int \frac{dx}{1+x+x^2}$ (правда, не хочется делать замену $y = \dfrac{2x+1}{\sqrt{3}}$? А придётся:)

$\boxed{2}$ Вычислите интегралы:

$\boxed{\text{а)}}$ $\displaystyle\int \frac{x^3-2}{x^2+x}\,dx$

$\boxed{\text{б)}}$ $\displaystyle\int \frac{dx}{\sin^2 x\cos^2 x}$

$\boxed{\text{в)}}$ $\displaystyle\int \frac{\ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)}{\sqrt{1+x^2}}\,dx$

$\boxed{4^*}$ Плоскость пересекла цилиндрическую поверхность по эллипсу, отличному от круга. Точки этого эллипса на развёртке поверхности заполняют некоторую кривую. Какую?

$\boxed{5^*}$ Из центроида G треугольника ABC на его стороны AB, BC и AC опущены перпендикуляры GC_1, GA_1 и GB_1 соответственно. Точки A_2, B_2, C_2 симметричны точкам A_1, B_1 и C_1 относительно G. Докажите, что прямые AA_2, BB_2 и CC_2 пересекаются в одной точке.