На этой неделе занятия геометрией почти сорвались по совокупности причин. Во-первых, я запутался в том, что мы проходили, а что нет, и уже чуть было не стал по второму разу проходить с вами объёмы многогранников. (Но не стал.:) Во-вторых, я локально заболел и не смог провести занятие в одной из групп (но они немного потеряли ;). В-третьих, в субботу все 11 классы вместо уроков идут на три буквы (в смысле, на ЕГЭ).

Тема, которую нам осталось затронуть в нашем курсе, – объёмы и площади поверхностей круглых тел, но для этого нужно пройти интегралы. Интегралы обычно изучаются в курсе алгебры и анализа, но там до них ещё далеко, поэтому я поступлю как обычно делают физики – расскажу на ближайших уроках нужную теорию (с небольшим количеством упражнений), а потом мы перейдём к геометрическим приложениям. Когда же Инесса Владимировна дойдёт до этого раздела в своём курсе, существенная часть темы уже будет пройдена, и можно будет совершенствоваться в технике и тонкостях.

На единственном состоявшемся на этой неделе занятии, мы перечислили (без доказательства) формулы объёмов и площадей поверхности:

цилиндра (объём $V = \pi R^2 H$, площадь боковой поверхности $S = 2\pi RH$ и два основания по πR^2)
конуса (объём $V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$, площадь боковой поверхности $S = \pi RL$ и основание πR^2)
шара (объём $V = \frac{4}{3}\pi R^3$, площадь сферы $S = 4\pi R^2$)

и решили несколько упражнений, вот таких:

1) Из бумажного круга вырезали сектор с углом 90°. Из этого сектора свернули конус. Из оставшейся части также свернули конус. Найдите отношение объёмов этих конусов.

2) В цилиндр вписана треугольная призма. Известно, что периметры её боковых граней равны 54, 56 и 72. Одна из боковых граней содержит центры оснований цилиндра. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

3) Строители, желая найти объём кучи песка или щебня, применяют такой метод. Они перекидывают верёвку через вершину кучи от одной нижней точки кучи к диаметрально противоположной. Если l — длина верёвки, то $V \approx \frac{l^3}{20}$. На чём основан этот приём? Существует ли такой угол откоса кучи, при котором приближённая формула даст совершеннно точный результат? Насколько точна указанная формула (угол откоса сыпучих материалов примерно 25°–45°). Возможно, вам понадобится калькулятор.

4) В цилиндр вписан шар. Докажите, что объёмы шара и цилиндра и их площади поверхности относятся одинаково. (Архимед, открывший этот факт был настолько им впечатлён, что просил выбить его себе на могильном памятнике. Было ли это сделано в действительности, мы не знаем.)

Геометрия, 11 "В", домашнее задание на 01 декабря.

$\boxed{1}$ В конус вписан шар, занимающий половину его объёма. Найдите угол наклона образующей конуса к основанию.

$\boxed{2}$ Около треугольной пирамиды описан конус. Известно, что периметры её боковых граней равны 180, 194 и 196. Одна из боковых граней пирамиды содержит высоту конуса. Найдите объём конуса.

$\boxed{3}$ В основании пирамиды $SABCD$ лежит прямоугольник $ABCD$, у которого $AB = 3$. Известно, что высота пирамиды равна 4 и падает в середину ребра AD. Найдите объём пирамиды, если известно, что в неё можно вписать сферу.

$\boxed{4^*}$ У бумажного прямоугольника $ABCD$ $AB = 3$ и $BC = 4$. Этот прямоугольник наклеили (без нахлёста) на боковую поверхность цилиндра так, что диагональ AC заняла часть образующей, а стороны BC и AD частично совместились. Найдите радиус цилиндра.

$\boxed{5^*}$ Касательные к окружности с центром O, проведённые в точках A и B, пересекаются в точке P. На большей дуге AB окружности выбрана точка M. Прямая, проходящая через A перпендикулярно к OM, пересекает MB в точке D. Докажите, что прямая PM делит отрезок AD пополам.