

Геометрия, 11 "В", домашнее задание на 24 ноября.

1 [Требуется «ЕГЭшное» оформление!] Точки  $A$ ,  $B$  и  $C$  лежат на окружности основания конуса с вершиной  $S$ , причём  $A$  и  $C$  диаметрально противоположны. Точка  $M$  – середина  $BC$ .

а) Докажите, что прямая  $SM$  образует с плоскостью  $ABC$  такой же угол, как и прямая  $AB$  с плоскостью  $SBC$ .

б) Найдите угол между прямой  $SA$  и плоскостью  $SBC$ , если  $AB = 6$ ,  $BC = 8$  и  $SC = 5\sqrt{2}$ .

2 На плоскости основания конуса с высотой, равной радиусу основания, дана точка (вне конуса), удалённая от окружности основания на расстояние, равное двум радиусам основания. Найдите угол между касательными плоскостями к боковой поверхности конуса, проходящими через данную точку.

3 Конус высотой 4 и конус высотой 8 имеют общее основание — круг радиуса 6, но расположены в разных полуплоскостях относительно него. Каково максимальное расстояние между прямыми, содержащими образующие этих конусов?

4\* Даны пирамида  $ABCD$  и сфера. Ребро  $AC$  пирамиды является диаметром сферы; прямые, содержащие три других ребра, касаются сферы, а середины двух оставшихся рёбер лежат на сфере. Найдите объём пирамиды, если  $AC = 6$ .

5\*  $AA_1$ ,  $BB_1$ ,  $CC_1$  — высоты остроугольного треугольника  $ABC$ . На высоте  $AA_1$  взята точка  $D$ . Описанные окружности треугольников  $DA_1B_1$  и  $DA_1C_1$  пересекают прямую  $BC$  в точках  $P$  и  $Q$  (отличных от  $A_1$ ) соответственно. Докажите, что  $CP = BQ$ .