

Логарифмические уравнения

71. Решите уравнение:

а) $\log_3(x^2 + 3x - 5) = \log_3(3x - 1) + 1$; б) $\log_x(x^2 + 2x - 2) = 3$; в) $2^{\log_2(x^2 - 2x - 1)} + x = 2$.

72. Решите уравнение:

а) $\log_3(x^2 + x - 2) = 2$; г) $3 \lg x^2 - \lg^2(-x) = 9$;
 б) $\log_{\log_3 x} 3 = 2$; д) $\log_2(2 - x) - \log_2(2 - \sqrt{x}) = \log_2 \sqrt{2 - x} - 0,5$;
 в) $\log_2 x + \log_2(4x - x^2 - 1) = 1$; е) $\log_6(x - 9)^2 - 2 = 2 \log_6(x - 2)$.

73. Решите уравнение:

а) $\log_2 x + \log_3 x = 1$; д) $\log_5^2 x + \log_{5x} \frac{5}{x} = 1$;
 б) $\log_{4x+1} 7 + \log_{9x} 7 = 0$; е) $\log_4 x + \log_x 2 - \log_4 \sqrt{x} = 1$;
 в) $2^{\log_5 x} + 3x^{\log_5 2} = 8$; ж) $1 + \log_{x-2}(4x - 11) = 2 \log_{4x-11}(4x^2 - 19x + 22)$;
 г) $\log_2(x + 4) = \log_{4x+16} 8$; з) $\log_{2+\sqrt{5}}(x^2 + x - 1) = \log_{\sqrt{5}-2}(x + 3)$.

74. Решите уравнение с помощью логарифмирования:

а) $x^{2 \lg^2 x} = 10x^3$; б) $x^{\log_2 \frac{x}{98}} \cdot 14^{\log_2 7} = 1$.

75. * Найдите произведение корней уравнения $(5x)^{4 \lg \frac{x}{2} + 1} = 2011x^5$.

76. Решите уравнение, используя свойства функций:

а) $x + \log_3 x = 4$; в) $\log_2(x^2 + 4) - \log_2 x = 4x - x^2 - 2$;
 б) $\log_5(x^4 + 5) + \log_5(x^2 + 25) = \frac{3}{2}$; г) $\sqrt{\log_{0,04} x + 1} + \sqrt{\log_{0,2} x + 3} = 1$.

77. Решите уравнение: а) $\log_3 \left(\frac{3}{x} \right) \cdot \log_2 x - \log_3 \left(\frac{x^3}{\sqrt{3}} \right) = \frac{1}{2} + \log_2 \sqrt{x}$;

б) $\log_{3x+7}(9 + 12x + 4x^2) + \log_{2x+3}(6x^2 + 23x + 21) = 4$.

78. Решите уравнение:

а) $\log_{\frac{x}{2}} x^2 - 14 \log_{16x} x^3 + 40 \log_{4x} \sqrt{x} = 0$; г) $(1 + \frac{x}{2}) \log_2 3 - \log_2(3^x - 13) = 2$;
 б) $x^2 \log_3 x^2 - (2x^2 + 3) \log_9(2x + 3) = 3 \log_3 \left(\frac{x}{2x+3} \right)$; д) $\sqrt{3} x^{2 \log_3 x - 1} = 3^{\frac{3}{2} \log_3 x}$;
 в) $\frac{3}{2} \log_{\frac{1}{4}}(x + 2)^2 - 3 = \log_{\frac{1}{4}}(4 - x)^3 - \log_4(x + 6)^3$; е*) $\frac{x}{18} = \left(\frac{2}{3} \right)^{\log_x 12}$.

Домашнее задание

79. Решите уравнение:

а) $\log_5(x^2 - 11x - 43) = 2$; д) $\log_{x^2+6x+8}(\log_{2x^2+2x+3}(x^2 - 2x)) = 0$;
 б) $\lg(2x - 5)^2 = 0$; е) $\frac{1}{5 - 4 \lg x} + \frac{4}{1 + \lg x} = 3$;
 в) $\log_3(x^2 - 3x - 5) = \log_3(7 - 2x)$; ж) $\log_5 \left(\frac{x-9}{x-5} \right) + \log_5(x^2 - 17x + 60) = 1 + \log_5 2$;
 г) $\lg \sqrt{x-5} + \lg \sqrt{2x-3} + 1 = \lg 30$; з) $2 \lg \left(x + \frac{1}{2} \right) - \lg(x - 1) = \lg \left(x + \frac{5}{2} \right) + \lg 2$.

80. Решите уравнение:

а) $1 + \log_6 \frac{x+3}{x+7} = \frac{1}{4} \log_{\sqrt{6}}(x-1)^2$; е) $\frac{1}{4} \cdot x^{\frac{1}{2} \log_2 x} = 2^{\frac{1}{4} \log_2^2 x}$;
 б) $\sqrt{\log_x \sqrt{5x} \cdot \log_5 x} = 1$; ж) $3^{\log_3^2 x} + x^{\log_3 x} = 18$;
 в) $3 \log_x 4 + 2 \log_{4x} 4 + 3 \log_{16x} 4 = 0$; з) $(8x)^{\log_2 x - 3} = 32\sqrt{x}$;
 г) $\log_{\frac{x}{9}} x^2 + 5 \log_{9x} x^3 - 12 \log_{3x} \sqrt{x} = 0$; и) $\log_3 x^3 = 15 - x$;
 д) $\log_2 \log_3(x^2 - 16) = \log_{\frac{1}{2}} \log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{x^2 - 16} \right)$; к) $2x^2 + \log_2(7 + 2x - x^2) = 4 + x^4$.

81. Решите уравнение:

а) $\frac{1}{6} \log_2(x - 2) - \frac{1}{3} = \log_{\frac{1}{8}} \sqrt{3x - 5}$; д) $\log_{x+1}(x^3 + 8 - 9x) \log_{x-1}(x + 1) = 3$;
 б) $\log_2(2^{x+3} + 16) = 2x + \log_2 3$; е) $x(\lg 5 - 1) = \lg(2^x + 1) - \lg 6$;
 в) $\log_2 x + \log_3 x = \log_2 x \cdot \log_3 x$; ж) $7^{\lg x} - 5^{\lg x + 1} = 3 \cdot 5^{\lg x - 1} - 13 \cdot 7^{\lg x - 1}$;
 г) $\log_4 x^2 + \log_2(x + 5) = 2$; з) $\log_{x+1}(1 - 3x) = \log_{\sqrt{1-3x}}(1 - 2x - 3x^2) - 1$.

Задачи для повторения

82. Сравните: а) $\log_{17} 290$ и $\log_{13} 150$; б) $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{80}$ и $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{15 + \sqrt{2}}$; в) $\log_2 3$ и $\log_5 8$.

83. Сравните 17^{18} и 18^{17} .

84. Решите уравнение:

а) $\log_2 \log_3 \log_5 x = 0$; б) $\log_5 x \cdot \log_7 x = 4 \log_5 7$; в) $5^{\lg x} - 3^{\lg x} = 5^{\frac{1}{3}} \cdot 3^{0,5 \lg x} \cdot 5^{0,5(\lg x - 2)}$.

85. Вычислите: а) $\frac{\log_9 \sqrt{5}}{\log_{\frac{1}{27}} 125}$; б) $(\log_5 4 + \log_4 5 + 2)(\log_5 4 - \log_{20} 4) \log_4 5 - \log_5 4$.

86. Решите уравнение:

а) $\frac{5^x}{2^{x-1} - 5^x} = 8 - \frac{2^{x+1}}{5^x}$; б) $(0,4)^{x^2-2} \cdot (0,5)^{x-3} = 10$.

87. Решите неравенство: а) $9^{x+1} - 3^{x+4} - 3^{x+1} + 27 \geq 0$; б) $\frac{1}{4\sqrt{x} - 3 \cdot 2\sqrt{x} + 2} < \frac{1}{6}$.