

### Последний урок алгебры

1. (2018) а) Решите уравнение  $\sqrt{3} \sin x + 2 \sin \left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3} \sin 2x + 1$ .  
б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}]$ .
2. (2016) Решите неравенство  $\log_{1-\frac{1}{(1-x)^2}} \left(\frac{x^2 + 5x + 8}{x^2 - 3x + 2}\right) \leq 0$ .
3. (2021) Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $|x^2 - a^2| = |x + a|\sqrt{x + 5}$  имеет ровно два различных корня.
4. (2020) Десять мальчиков и семь девочек ходили в лес за грибами. Оказалось, что любые три мальчика собрали меньше грибов, чем любые две девочки, но любые три девочки собрали меньше грибов, чем любые пять мальчиков.  
а) Могла ли какая-нибудь девочка собрать меньше грибов, чем какой-нибудь мальчик?  
б) Могло ли у всех детей быть разное количество грибов?  
в) Какое наименьшее число грибов они могли собрать все вместе?
5. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система  $\begin{cases} 1 - \sqrt{|x - 1|} = \sqrt{7|y|} \\ 49y^2 + x^2 + 4a = 2x - 1 \end{cases}$  имеет ровно четыре различных решения.
6. Найдите значения  $x$  и  $y$ , удовлетворяющие уравнению  $\sqrt{9 + x^2} - 3\sqrt{3x} + \sqrt{x^2 + y^2 - xy\sqrt{3}} + \sqrt{16 + y^2 - 4\sqrt{3}y} = 5$ .

### Последний урок алгебры

1. (2018) а) Решите уравнение  $\sqrt{3} \sin x + 2 \sin \left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3} \sin 2x + 1$ .  
б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}]$ .
2. (2016) Решите неравенство  $\log_{1-\frac{1}{(1-x)^2}} \left(\frac{x^2 + 5x + 8}{x^2 - 3x + 2}\right) \leq 0$ .
3. (2021) Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $|x^2 - a^2| = |x + a|\sqrt{x + 5}$  имеет ровно два различных корня.
4. (2020) Десять мальчиков и семь девочек ходили в лес за грибами. Оказалось, что любые три мальчика собрали меньше грибов, чем любые две девочки, но любые три девочки собрали меньше грибов, чем любые пять мальчиков.  
а) Могла ли какая-нибудь девочка собрать меньше грибов, чем какой-нибудь мальчик?  
б) Могло ли у всех детей быть разное количество грибов?  
в) Какое наименьшее число грибов они могли собрать все вместе?
5. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система  $\begin{cases} 1 - \sqrt{|x - 1|} = \sqrt{7|y|} \\ 49y^2 + x^2 + 4a = 2x - 1 \end{cases}$  имеет ровно четыре различных решения.
6. Найдите значения  $x$  и  $y$ , удовлетворяющие уравнению  $\sqrt{9 + x^2} - 3\sqrt{3x} + \sqrt{x^2 + y^2 - xy\sqrt{3}} + \sqrt{16 + y^2 - 4\sqrt{3}y} = 5$ .