Геометрия, 10 «В», домашнее задание 08 $\longrightarrow$ 14 октября

$\boxed{1}$ Отрезок, соединяющий вершину тетраэдра с точкой перечесения медиан противоположной грани, называется ***медианой*** тетраэдра. Отрезок соединяющий середины противоположных рёбер тетраэдра, называется его ***бимедианой***. Докажите, что все четыре медианы и три бимедианы тетраэдра пересекаются в одной точке O (это т.н. ***центр*** тетраэдра). В каком отношении центр тетраэдра делит медиану и в каком — бимедиану?

$\boxed{2}$ Может ли сечение параллелепипеда быть правильным пятиугольником?

$\boxed{3}$ Начертите пирамиду $SABCD$ с параллелограммом $ABCD$ в основании. Отметьте середины M и N рёбер AB и AD, а также точку O – точка пересечения медиан грани SBC. Постройте сечение пирамиды плоскостью MON.

$\boxed{4}$ Начертите треугольную призму $ABCA_1B_1C_1$. На продолжении ребра A_1C_1 за C_1 отметьте точку P, а на продолжении ребра BB_1 за B отметьте точку Q. Постройте точку пересечения прямой PQ с плоскостью (ABC).

$\boxed{5}$ Начертите параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Отметьте по точке на рёбрах AB, DD_1 и B_1C_1. Постройте сечение параллелепипеда плоскостью, проходящей через эти точки.

$\boxed{6}$ Начерите тетраэдр $ABCD$. Отметьте точки M и N – точки пересечения медиан граней ABD и DBC. Теперь сотрите медианы и представьте, что M на самом деле лежит в плоскости (ABC), а N – в плоскости (ADC). Отметьте точку K на ребре BD. Постройте сечение тетраэдра плоскостью (MNK). (Если окажется, что придётся по ходу дела строить очень далёкие точки, передвиньте K поудобнее.)

$\boxed{7^*}$ [Необязательное задание. Планиметрия – задача на вычисление.] В параллелограмме $ABCD$ биссектриса тупого угла $\angle BAD$ пересекает сторону CD в такой точке M, что $CM : MD = 1 : 2$. Известно, что $\angle CAM = \alpha$. Найдите $\angle BAD$.

$\boxed{8^*}$ [Необязательное задание. Планиметрия – задача на доказательство.] Given quadrilateral $ABCD$ inscribed into a circle with diagonal AC as diameter. Let E be a point on segment BC s.t. $\angle DAC = \angle EAB$. Point M is midpoint of CE. Prove that $BM = DM$.