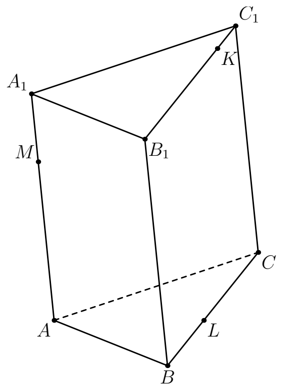
Геометрия, 10 «В», домашнее задание 01 $\longrightarrow$ 07 октября

$\boxed{1}$ Дан тетраэдр $ABCD$. Докажите, что середины рёбер AB, BC, CD и DA лежат в одной плоскости.

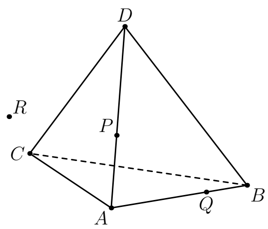
$\boxed{2}$ В основании пирамиды $PABCD$ лежит параллелограмм $ABCD$. Точки K, M, N – середины рёбер AB, PD, PC соответственно. Докажите, что $MK = NB$.

$\boxed{3}$ Перечертите в тетрадь изображение призмы. Постройте пересечения I и Y плоскости (KLM) с рёбрами AB и A_1C_1 призмы. Обведите пятиугольник $MILKY$ и аккуратно закрасьте его (как контурные карты красили в младшей школе:). Вы построили сечение призмы плоскостью (KLM).



$\boxed{4}$ Начертите какую-нибудь четырёхугольную пирамиду $PABCD$ с вешиной P. Пусть N – середина PC. Постройте пересечение прямой (AN) с плоскостью (PDB). (Подсказка. Да, прямая (AN) не лежит ни в какой грани, но несложно подобрать плоскость, в которой она всё-таки лежит. Это путь к успеху:)

$\boxed{5}$ Перечертите изображение тетраэдра. Требуется построить сечение этого тетраэдра плоскостью (QPR).



К сожалению, это невоможно :((Потому что точка R «висит в воздухе». Говоря более строго, R на плоскости чертежа – это проекция бесконечного множества реальных точек R в пространстве. И если мы не знаем больше ничего про R, в задании появляется неопределённость. Поэтому добавим условие $R \in (ADC)$. Теперь задание можно выполнить, сделайте это.

$\boxed{6}$ Точно такая же картинка, как в предыдущем задании (нарисуйте заново), но другое условие: $R \in (ABC)$. Постройте теперь сечение тетраэдра плоскостью (QPR). Оно уже будет другим!

$\boxed{7^*}$ [Необязательное задание. Планиметрия – задача на вычисление.] Дан прямоугольный треугольник ABC с гипотенузой AB. На катете AC взята точка M. Окружность с центром O и диаметром CM касается гипотенузы в точке N. Найдите площадь четырёхугольника $BOMN$, если $CN = 9$ и $AM : MC = 1 : 8$.

$\boxed{8^*}$ [Необязательное задание. Планиметрия – задача на доказательство.] Given quadrilateral $ABCD$ inscribed into a circle with diagonal AC as diameter. Let E be a point on segment BC s.t. $\angle DAC = \angle EAB$. Point M is midpoint of CE. Prove that $BM = DM$.