

Геометрия, 10 «В», домашнее задание 25 → 31 марта.

1. Прямая касается сферы, если имеет с ней ровно одну общую точку (про прямую говорят тогда «касательная к сфере»). Докажите, что всякая касательная лежит в какой-то касательной плоскости. Докажите, что из любой точки вне сферы можно провести бесконечно много касательных к ней, и точки касания будут образовывать окружность на сфере.

2. Найдите радиус описанной сферы для правильной треугольной пирамиды со стороной основания 2 и боковой стороной 3.

3. Найдите радиус вписанной сферы той же пирамиды.

4. В вершине основания всё той же уже изрядно надоевшей вам пирамиды находится умный клещ. Он уже находится в конце одного из боковых рёбер, но хочет посетить два других боковых рёбра пирамиды (побывать хотя бы в одной точке каждого) и вернуться в исходную точку. Найдите длину кратчайшего пути клеща.

5. Решите задачу методом координат. В основании треугольной пирамиды $ABCD$ лежит прямоугольный треугольник ABC с катетами $AC = 4$ и $BC = 3$. Ребро $DB = 5$ – высота пирамиды. Точка T на ребре AC такова, что $TC = 3$, точка N – середина DA . Найдите угол между плоскостями TBN и ACD .

6. Напишите уравнение сферы, проходящей через точки $A(3; 2; 0)$, $B(-3; 0; -1)$, $C(0; -2; -1)$ и касающейся плоскости $3x + 2y - 2z - 16 = 0$.

7 [ЕГЭ, 2019 г.] В треугольник ABC , у которого $AC > BC$, вписана окружность с центром O . Точка B_1 симметрична точке B относительно прямой CO .

а) Докажите, что четырёхугольник AB_1OB вписан.

б) Найдите его площадь, если $BC = 13$, $AB = 14$, $AC = 15$.

8* [Необязательное задание. Планиметрия – олимпиадная задача. Всесибирская олимпиада школьников, 2017 г.] Внутри остроугольного треугольника ABC выбрали точку P , отличную от O – центра описанной окружности треугольника ABC , и такую, что $\angle PAC = \angle PBA$ и $\angle PAB = \angle PCA$. Докажите, что $\angle APO$ прямой.