

Геометрия, 10 «В», домашнее задание 18 → 24 марта.

1. Отрезок какой длины высекают на прямой  $(3 - 2t; \frac{3t}{2}; t + 5)$  плоскости  $x + y + 3z = 2$  и  $4x - y + z = 0$ ?

2. Решите задачу методом координат. [ЕГЭ, тренировочный вариант] В правильной четырёхугольной призме  $ABCD A' B' C' D'$  стороны основания равны 4, боковые рёбра равны 6. Точка  $M$  – середина ребра  $CC'$ , на ребре  $BB'$  отмечена точка  $N$ , такая, что  $BN : NB' = 1 : 2$ . Найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $AMN$ .

3. Проверьте, что расстояния от точки  $A(-1; 2, 1)$  до плоскостей  $2x - y + 2z = 1$ ,  $8y - x - 4z = 4$  и  $4z = 3y + 3$  одинаковы. Это означает, что  $A$  лежит на биссектрисе одного из трёхгранных углов, образованных указанными плоскостями. Напишите уравнение прямой, содержащей эту биссектрису.

4. Решите задачу методом координат. Дан куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  с ребром 2, точки  $M$  и  $N$  – середины рёбер  $AA_1$  и  $C_1 D_1$ . Точка  $Q$  находится на одинаковом расстоянии от  $A_1, C, M$  и  $N$ . На каком же?

5. Решите задачу методом координат. Высота правильной пирамиды  $SABCD$  равна длине стороны её основания  $ABCD$  и равна 6. Точки  $P$  и  $Q$  на рёбрах  $SA$  и  $CD$  выбраны соответственно так, что  $AP : PS = CQ : QD = 1 : 2$ . Найдите расстояние от центра грани  $CDS$  до плоскости  $(BPQ)$ .

6. Решите задачу методом координат. В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  точка  $M$  лежит на отрезке  $AC$ , точка  $N$  – на отрезке  $BD_1$ . Известно, что  $\angle NMC = 60^\circ$ ,  $\angle MNB = 45^\circ$ . В каких отношениях точки  $M$  и  $N$  делят указанные отрезки?

7. [ЕГЭ, 2019 г.] Дан треугольник  $ABC$  со сторонами  $AC = 30$ ,  $BC = 40$  и  $AB = 50$ . Вписанная в него окружность с центром  $I$  касается стороны  $BC$  в точке  $L$ ,  $M$  – середина  $BC$ ,  $AP$  – биссектриса треугольника  $ABC$ ,  $O$  – центр описанной около него окружности.

а) Докажите, что  $P$  – середина  $ML$ .

б) Пусть прямые  $OI$  и  $AC$  пересекаются в точке  $K$ , а продолжение биссектрисы  $AP$  пересекает описанную окружность в точке  $Q$ . Найдите площадь четырёхугольника  $OKCQ$ .

8\* [Необязательное задание. Планиметрия – олимпиадная задача. Не помню, откуда.]  $H$  – ортоцентр  $ABC$ ,  $O$  – центр описанной окружности. Найдите угол.

