

Геометрия, 10 «В», домашнее задание 04 → 10 марта.

1. Докажите, пользуясь векторной алгеброй, что если про две пары противоположных рёбер тетраэдра известно, что они перпендикулярны, то для третьей пары это тоже будет так.

2. Решите задачу, пользуясь векторной алгеброй. $ABC A_1 B_1 C_1$ усечённая треугольная призма с основаниями ABC и $A_1 B_1 C_1$ и боковыми рёбрами $AA_1 = 1$, $BB_1 = 2$, $CC_1 = 3$. Отрезок с концами на прямых AB_1 и CA_1 параллелен отрезку BC_1 . Во сколько раз он его короче?

3. Решите задачу, пользуясь векторной алгеброй. Все рёбра параллелепипеда равны, а плоские углы, сходящиеся в вершине A , такие: $\angle DAA_1 = 60^\circ$, $\angle BAA_1 = 90^\circ$ и $\angle BAD = 120^\circ$. Точки M и N – середины рёбер $A_1 D_1$ и BB_1 , точка Q – центр грани $CDD_1 C_1$. Найдите угол между прямыми AQ и MN .

4. Точка T – середина ребра AB правильного тетраэдра $ABCD$. Используя векторную алгебру, найдите расстояние между прямыми AC и DM . (Имеется в виду, что вы поместите на прямых по точке и потребуете, чтобы соединяющий их вектор был бы общим перпендикуляром. А потом найдёте его длину.)

5. Эту задачу тоже разумно решать векторами. Условие её я получил, скопировав из задачника текст в pdf и вставив в TeX. Латиница отобразилась адекватно (да, там есть числа m и p , они даны), а вот кириллица отобразилась довольно забавно, даже редактировать не захотелось:) Правда же, вы прочтёте эту милую абракадабру?

На ребрах SA и SB тетраэдра $SABC$ брать соответственно точки M и N , причём $SM : MB = p$, $SN : NB = m$. Точка K на отрезке AC и BC соответственно, причём $CK : CB = p$, а отрезок MN параллелен AC . Найти отношение $BM : MA$.

6. (это не на векторы :) Основание пирамиды $SABC$ – равнобедренный треугольник ABC с основанием $AC = 2$ и боковой стороной $\sqrt{7}$. Грань ACS перпендикулярна основанию и представляет собой правильный треугольник. Найдите площади всех сечений пирамиды, которые являются квадратами.

7 [ЕГЭ, 2017 г.] Прямая, проходящая через вершину B прямоугольника $ABCD$ перпендикулярно диагонали AC , пересекает сторону AD в точке M , равноудалённой от вершин B и D .

а) Докажите, что $\angle ABM = 30^\circ$.

б) Найдите расстояние от центра прямоугольника до прямой CM , если $BC = 9$.

8* [Необязательное задание. Планиметрия – олимпиадная задача. Киевская городская олимпиада, 1-й раунд, 2022 г.] В треугольнике ABC $\angle B > 90^\circ$. Касательные к его описанной окружности в точках A и B пересекаются в точке P . Перпендикуляр к BC , проведённый в точке B , пересекает прямую AC в точке K . Докажите, что $PA = PK$.