Геометрия, 10 «В», домашнее задание 11 $\longrightarrow$ 17 февраля.

$\boxed{1.}$ Точки P, Q –середины рёбер BC и AA_1 призмы $ABCA_1D_1C_1$. Разложите $\overrightarrow{PQ}$ по базису $\overrightarrow{AB_1}$, $\overrightarrow{BC_1}$, $\overrightarrow{CA_1}$.

$\boxed{2.}$ Через базисные векторы $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{c}$ выразили три другие вектора: $\overrightarrow{p} = 9\overrightarrow{b} - 6\overrightarrow{a} - 14\overrightarrow{c}$, $\overrightarrow{q} = \overrightarrow{a} - 2\overrightarrow{b} + 3\overrightarrow{c}$, $\overrightarrow{s} = \overrightarrow{b} - 2\overrightarrow{a} - 2\overrightarrow{c}$. Компланарны ли $\overrightarrow{p}$, $\overrightarrow{q}$ и $\overrightarrow{s}$?

$\boxed{3.}$ $ABCD$ – тетраэдр. Для каких точек X пространства верно равенство $\overrightarrow{XA}+\overrightarrow{XB}+\overrightarrow{XC}+\overrightarrow{XD} = \overrightarrow{0}$?

$\boxed{4.}$ *Решите эту задачу векторами.* На рёбрах BC, CD, DA тетраэдра $ABCD$ выбраны соответственно точки M, L и K так, что $AK : KD = 3 : 2$, $DL : LC = 4 : 1$, $CM : MB = 2 : 1$. На ребре же AB выбрана точка I, да так удачно, что отрезки IL и MK имеют общую точку. В каком отношении I делит AB?

$\boxed{5.}$ (Продолжение.) А в каком отношении точка пересечения отрезков IL и MK делит каждый из них?

$\boxed{6.}$ $SABCD$ – пирамида с параллелограммом $ABCD$ в основании. Некоторая плоскость пересекает лучи $[SA)$, $[SB)$, $[SC)$, $[SD)$ в точках A_1, B_1, C_1, D_1 соответственно. Докажите, что $\dfrac{SA}{SA_1} + \dfrac{SC}{SC_1} = \dfrac{SB}{SB_1} + \dfrac{SD}{SD_1}$.

Эту задачу мы начинали решать на уроке. И вот что поняли. Началом отсчёта, конечно, стоит считать S. Векторы $\overrightarrow{SA}$, $\overrightarrow{SB}$, $\overrightarrow{SC}$, $\overrightarrow{SD}$ связаны соотношением $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}$, потому что $ABCD$ параллелограмм. Поэтому можно обозначить $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{v}$ и ввести базис, скажем, $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{SA}$, $\overrightarrow{b} = \overrightarrow{SB}$ и, собственно, $\overrightarrow{v}$. Далее нужно выразить $\overrightarrow{SA_1}$, $\overrightarrow{SB_1}$ и так далее, введя произвольные коэффициенты, и потребовать, чтобы точки A_1, B_1, C_1, D_1 были в одной плоскости. Должно всё получиться.

$\boxed{7}$ [ЕГЭ, 2017 г.] Дана трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC. Диагональ BD разбивает её на два равнобедренных треугольника с основаниями AD и CD.
а) Докажите, что луч AC – биссектриса угла BAD.
б) Найдите CD, если известны диагонали трапеции: $AC = 12$ и $BD = 6,5$.

$\boxed{8^*}$ [*Необязательное задание. Планиметрия – олимпиадная задача.* ВОШ, регион, 10 класс, год не помню.] Треугольник ABC вписан в окружность Ω с центром O. Касательные к Ω в точках A и C пересекаются в точке P. Окружность ω вдвое меньшего (по сравнению с Ω) радиуса касается Ω изнутри в точке B. Докажите, что одна из точек пересечения ω с описанной окружностью треугольника AOC лежит на отрезке PB.