Геометрия, 10 «В», домашнее задание 21 $\longrightarrow$ 27 января.

$\boxed{1.}$ Найдите $x > 0$, если известно, что для каких-то $0 < k < m < 1$ верно, что $k(1-k)x^2 = 20$, $m(1-m)x^2 = 24$, $(m-k)x = \sqrt{2}$ (Те, кто был на уроке в пятницу, знают, зачем тут эта задача:)

$\boxed{2}$ Все рёбра треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ равны. Плоскость проходит через A, C_1 и середину A_1B_1. Какой угол она образует с плоскостью BCC_1?

$\boxed{3}$ $ABCD$ – тетраэдр, двугранный угол при ребре AB прямой. Известно, что $AB = 4$, $CD = 1$, а все остальные рёбра равны между собой. Найдите угол между прямыми AC и BD.

$\boxed{4}$ (Продолжение.) …и расстояние между ними.

$\boxed{5}$ В правильной пирамиде $SABCD$ ребро SA образует один и тот же угол с плоскостью основания $ABCD$ и с плоскостью SBC. Какой именно?

$\boxed{6}$ В основании пирамиды $SABC$ лежит равносторонний треугольник ABC, $SA = 2$, $SB = \sqrt{2}$. Известно, что площади всех боковых граней пирамиды равны. Чему?

$\boxed{7}$ [*Обязательное задание для тех, кто планирует сдавать профильный ЕГЭ по математике. Для остальных – необязательное.* ЕГЭ, 2017 г.] Диагонали равнобедренной трапеции $ABCD$ с основаниями BC и AD перпендикулярны. Окружность с диаметром AD пересекает боковую сторону CD в точке M, а окружность с диаметром CD пересекает основание AD в точке N. Отрезки AM и CN пересекаются в точке P.
а) Докажите, что в четырёхугольник $ABCP$ можно вписать окружность.
б) Найдите радиус этой окружности, если $BC = 7$, $AD = 17$.

$\boxed{8^*}$ [*Необязательное задание. Планиметрия – олимпиадная задача.* Asian Pacific MO, 2013 г.] В остроугольном треугольнике центр описанной окружности соединили с вершинами и основаниями высот. Треугольник при этом разбился на шесть треугольников. Докажите, что эти шесть треугольников можно объединить в три пары с равными площадями.