Геометрия, 10 «В», домашнее задание 14 $\longrightarrow$ 20 января.

$\boxed{1.}$ Сторона основания $ABCD$ правильной четырёхугольной пирамиды $PABCD$ равна 3, а боковое ребро равно 8. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через B и середину ребра MD параллельно прямой AC.

$\boxed{2.}$ $ABCD$ – тетраэдр. Известно, что $AB = 4$, $CD = 1$, а все остальные рёбра равны между собой. Также известно, что двугранный угол при ребре AB прямой. А чему равен двугранный угол при ребре CD?

$\boxed{3.}$ В треугольнике ABC $AB = 5$, $AC = 7$, $\angle A = 60°$. Через вершину A проведена плоскость $\alpha || BC$. Найдите расстояние от (BC) до α, если известно, что проекцией угла $\angle BAC$ на α является угол величиной $120°$.

$\boxed{4}$ Сторона основания ABC правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ равна 4, точки M, N, P, Q – середины рёбер AB, AC, A_1C_1, B_1C_1 соответственно. Найдите высоту призмы, если известно, что длина проекции отрезка MP на прямую NQ равна 1.

$\boxed{5}$ Найдите расстояние между прямыми, о которых идёт речь в предыдущей задаче. Если вы её решили, то знаете (а если не решили, то знайте), что высота этой призмы равна $\sqrt{5}$. Это можно использовать вне зависимости от того, решили ли вы задачу №4.

$\boxed{6.}$ На каждой грани правильного тетраэдра с ребром $\sqrt{6}$ как на основании построена во внешнюю сторону правильная пирамида высотой 1. Сколько граней у получившегося многогранника?

$\boxed{7}$ [*Обязательное задание для тех, кто планирует сдавать профильный ЕГЭ по математике. Для остальных – необязательное.* ЕГЭ, 2017 г.] Точки P, Q, W делят стороны выпуклого четырёхугольника $ABCD$ в отношении $AP : PB = CQ : QB = CW : WD = 1 : 4$. Известно, что $PQ = 16$, $QW = 12$, а радиус окружности, описанной около треугольника PQW, равен 10.
а) Докажите, что треугольник PQW прямоугольный.
б) Найдите площадь четырёхугольника $ABCD$.

$\boxed{8^*}$ [*Необязательное задание. Планиметрия – олимпиадная задача.* Czech-Polish-Slovak Junior Match, 2022 г.] Given is a convex pentagon $ABCDE$ in which $\angle A = 60°$, $\angle B = 100°$, $\angle C = 140°$. Show that this pentagon can be placed in a circle with a radius of $\frac{2}{3}AD$.