

Геометрия, 10 «В», домашнее задание 17 → 23 декабря.

1 Лист бумаги формата А4 (условно назовём его $ABCD$, AB – длинная сторона) согнули по диагонали. Треугольник ABC положили на стол, а вершина D оказалась точно над стороной AB . Под каким углом согнули лист? (Можете непосредственно проделать это с листом бумаги :). Отношение сторон листа бумаги формата А4 равно $\sqrt{2}$.)

2 [ЕГЭ, декабрь 2022 г., пробник] $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – прямоугольный параллелепипед, $AA_1 = 16$, $AD = 12$. Точка T – середина $B_1 C_1$, точка E лежит на ребре AA_1 , причём $AE : EA_1 = 1 : 3$.

- Докажите, что сечение параллелепипеда плоскостью $(D_1 ET)$ – равнобедренная трапеция.
- Найдите её площадь, если $CD = 3\sqrt{7}$.

3 Дана правильная призма $ABCA'B'C'$, $AB = 2$, $AA' = 3$. Каков угол между плоскостями (ABB') и (BCA') ?

4 $ABCD$ – правильная пирамида (D – вершина), $AB = 8$, $BD = 14$. AM – медиана грани BAD . Найдите угол и расстояние между прямыми AM и DC .

5 В правильной треугольной пирамиде угол при вершине боковой грани равен углу наклона бокового ребра к основанию. Найдите этот угол.

6 [Соня вместо решения рисует смайлик :)] Тетраэдр $SABC$ склеен из бумаги. Если его разрезать по рёбрам SA , SB , SC и развернуть в плоскость, получится единичный квадрат (примерно такой: ). Найдите все четыре высоты тетраэдра.

7 [Обязательное задание для тех, кто планирует сдавать профильный ЕГЭ по математике. Для остальных – необязательное. ЕГЭ, декабрь 2022 г., пробник] Внутри прямоугольного треугольника ABC расположены два квадрата – $CKLM$ и $PQRS$. Точки P и K лежат на катете AC , точки Q и M – на катете BC , а точки R , L и S – на гипотенузе AB .

- Докажите, что вершина прямого угла C и центры обоих квадратов лежат на одной прямой.
- Найдите PQ , если катеты $AC = 4$ и $BC = 3$.

8* [Необязательное задание. Планиметрия – олимпиадная задача. «Всесибирская олимпиада школьников», 11 класс, 2017 г.] Внутри остроугольного треугольника ABC выбрали точку P , отличную от O – центра описанной окружности треугольника ABC , и такую, что $\angle PAC = \angle PBA$ и $\angle PAB = \angle PCA$. Докажите, что $\angle APO$ прямой.