Геометрия, 10 «В», домашнее задание 10 $\longrightarrow$ 16 декабря.

$\boxed{1}$ $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – прямоугольный параллелепипед, длины его рёбер $AA_1 = 6$, $AB = 10$, $AD = 7$. На рёбрах BC, C_1D_1 и AA_1 отмечены точки E, F и G соответвенно так, что $BE = D_1F = A_1G = 4$. Применяя теорему о площади проекции, найдите угол между плоскостями (ABB_1) и (FEG).

$\boxed{2}$ Точка K — середина высоты AH правильного тетраэдра $ABCD$. Докажите, что углы $\angle BKC$, $\angle CKD$, $\angle DKB$ прямые. Тетраэдр $KBCD$ с таким свойством называется ***прямоугольным***.

$\boxed{3}$ Дан прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$, у которого $AB = 5$, $BC = 3$ и $CC_1 = 4$. Через середину диагонали AC_1 проведена плоскость α, перпендикулярная этой диагонали.

а) Докажите, что $D_1 \in \alpha$.

б) Найдите, в каком отношении α делит ребро A_1B_1.

$\boxed{4}$ Сторона основания правильной четырёхугольной пирамиды равна 4, боковое ребро 7. Найдите, какие углы плоскость боковой грани составляет с плоскостями основания, соседней боковой грани и противоположной боковой грани.

$\boxed{5}$ Бумажный прямоугольник $ABCD$ размера 20×15 согнули по диагонали BD под прямым углом. Какое теперь расстояние между A и C?

$\boxed{6}$ На продолжении ребра ST за точку T правильной четырёхугольной пирамиды $SPORT$ с вершиной S взята такая точка B, что расстояние от неё до плоскости SPO равно $\frac{9\sqrt{7}}{2}$. Найдите BT, если $OR = 12$, а $SR = 10$.

$\boxed{7}$ [*Обязательное задание для тех, кто планирует сдавать профильный ЕГЭ по математике. Для остальных – необязательное.* ЕГЭ, 2016 г.] В треугольнике ABC $\angle ABC = 60°$. Окружность, вписанная в треугольник, касается стороны AC в точке M.

а) Докажите, что отрезок BM не больше утроенного радиуса вписанной в треугольник окружности.

б) Найдите $\sin \angle BMC$, если известно, что отрезок BM в $2,5$ раза больше радиуса вписанной в треугольник окружности.

$\boxed{8^*}$ [*Необязательное задание. Планиметрия – олимпиадная задача.* «Высшая проба», 10 класс, 2022 г.] В треугольнике ABC точки A_1, B_1, C_1 – середины сторон BC, AC, AB соответственно. Точки A_2, B_2, C_2– середины ломаных BAC, ABC, ACB соответственно . Докажите, что прямые A_1A_2, B_1B_2, C_1C_2 проходят через одну точку.