

1. Стереометрия. Вам выдали учебник Калинина-Терешина. Он не идеален, но остальные ещё хуже.

2. Неопределяемые понятия: *точка, прямая, плоскость, расстояние между точками*. Также используется слово «*пространство*» в качестве обозначения Универсума. У нас есть естественные представления о них — мы одновременно и рассуждаем формально и проделываем зрительно очевидные построения на модели.

Кроме того, мы активно пользуемся аппаратом действительных чисел и теорией множеств.

Говоря «две точки», «две плоскости» и пр., мы а priori предполагаем объекты различными (не совпадающими как точечные подмножества пространства).

Пространство обозначают  $\mathbb{R}^3$ , это обозначение в геометрии используется редко.

Точки обозначают прописными латинскими буквами.

Прямые обозначают строчными латинскими буквами, обычно из начала алфавита — конец алфавита традиционно за числами.

Плоскости обозначают строчными греческими буквами, обычно из начала алфавита — конец алфавита традиционно за углами.

Кванторы существования  $\exists$ , существования и единственности  $\exists!$ , всеобщности  $\forall$ , импликация  $\Rightarrow$ .

Система аксиом: *непротиворечивость, независимость, полнота*.

**Аксиома 0.** В пространстве существуют по крайней мере две плоскости. В каждой плоскости выполняются все аксиомы планиметрии.

**Аксиома 1.** Через любые три точки пространства, не лежащие на одной прямой, можно провести плоскость, притом только одну. Если точки  $A, B, C$ , её обозначают  $(ABC)$ .

**Аксиома 2.** Если две точки прямой лежат в плоскости, то вся прямая лежит в плоскости.

**Аксиома 3.** Если пересечение двух плоскостей непусто, то это прямая.

**Аксиома 4.** Расстояние между двумя точками пространства одно и то же для любой плоскости, содержащей их.

3. Простейшие следствия.

1) Вне любой плоскости существует точка (существует бесконечно много точек). Докажите.

2) Взаимное расположение плоскостей. Плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  могут не иметь общих точек (говорят «параллельны», пишут  $\alpha \parallel \beta$ ), пересекаться по прямой (говорят «пересекаются», пишут  $\alpha \not\parallel \beta$  или  $\alpha \cap \beta = a$ ) или совпадать (говорят «совпадают», пишут  $\alpha = \beta$ ). Покажите, что существуют пересекающиеся плоскости. Параллельные тоже существуют, покажем потом.

3) Взаимное расположение прямой и плоскости. Прямая  $a$  может иметь с плоскостью  $\alpha$  0, 1 или бесконечно много точек. В первом случае говорят «параллельна», пишут  $a \parallel \alpha$ , во втором говорят «пересекает» или «протыкает», пишут  $a \not\parallel \alpha$  или  $a \cap \alpha = A$ , в третьем говорят «лежит» или «принадлежит», пишут  $a \subset \alpha$ . Покажите, что все варианты возможны.