

1. Стереометрия. Вам выдали учебник Калинина-Терешина. Он не идеален, но остальные ещё хуже.

2. Неопределяемые понятия: *точка, прямая, плоскость, расстояние между точками*. Также используется слово «*пространство*» в качестве обозначения Универсума. У нас есть естественные представления о них — мы одновременно и рассуждаем формально и проделываем зрительно очевидные построения на модели.

Кроме того, мы активно пользуемся аппаратом действительных чисел и теорией множеств.

Говоря «две точки», «две плоскости» и пр., мы а priori предполагаем объекты различными (не совпадающими как точечные подмножества пространства).

Пространство обозначают \mathbb{R}^3 , это обозначение в геометрии используется редко.

Точки обозначают прописными латинскими буквами.

Прямые обозначают строчными латинскими буквами, обычно из начала алфавита — конец алфавита традиционно за числами.

Плоскости обозначают строчными греческими буквами, обычно из начала алфавита — конец алфавита традиционно за углами.

Кванторы существования \exists , существования и единственности $\exists!$, всеобщности \forall , импликация \Rightarrow .

Система аксиом: *непротиворечивость, независимость, полнота*.

Аксиома 0. В пространстве существуют по крайней мере две плоскости. В каждой плоскости выполняются все аксиомы планиметрии.

Аксиома 1. Через любые три точки пространства, не лежащие на одной прямой, можно провести плоскость, притом только одну. Если точки A, B, C , её обозначают (ABC) .

Аксиома 2. Если две точки прямой лежат в плоскости, то вся прямая лежит в плоскости.

Аксиома 3. Если пересечение двух плоскостей непусто, то это прямая.

Аксиома 4. Расстояние между двумя точками пространства одно и то же для любой плоскости, содержащей их.

3. Простейшие следствия.

1) Вне любой плоскости существует точка (существует бесконечно много точек). Докажите.

2) Взаимное расположение плоскостей. Плоскости α и β могут не иметь общих точек (говорят «параллельны», пишут $\alpha \parallel \beta$), пересекаться по прямой (говорят «пересекаются», пишут $\alpha \not\parallel \beta$ или $\alpha \cap \beta = a$) или совпадать (говорят «совпадают», пишут $\alpha = \beta$). Покажите, что существуют пересекающиеся плоскости. Параллельные тоже существуют, покажем потом.

3) Взаимное расположение прямой и плоскости. Прямая a может иметь с плоскостью α 0, 1 или бесконечно много точек. В первом случае говорят «параллельна», пишут $a \parallel \alpha$, во втором говорят «пересекает» или «протыкает», пишут $a \not\parallel \alpha$ или $a \cap \alpha = A$, в третьем говорят «лежит» или «принадлежит», пишут $a \subset \alpha$. Покажите, что все варианты возможны.