

Тригонометрические уравнения-3

Отбор корней в тригонометрических уравнениях

67. а) $\operatorname{tg} 5x = \sin^2 x \operatorname{tg} 5x$; б) $\frac{1}{\operatorname{tg} 5x + \operatorname{tg} 2x} - \frac{1}{\operatorname{ctg} 5x + \operatorname{ctg} 2x} = \operatorname{tg} 3x$; в) $\frac{\operatorname{tg} x}{\cos^2 5x} - \frac{\operatorname{tg} 5x}{\cos^2 x} = 0$.

Тригонометрическая замена

68. Докажите, что из любых пяти чисел можно выбрать два числа x и y таких, что выполняется неравенство $0 \leq \frac{x-y}{1+xy} \leq 1$.

69. Среди всех решений $(x, y, z, v,)$ системы
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ z^2 + v^2 = 9 \\ xv + yz \geq 6. \end{cases}$$

найдите такие, при которых выражение $x + z$ принимает наибольшее значение.

70. Сколько корней на отрезке $[0; 1]$ имеет уравнение $8x(1 - 2x^2)(8x^4 - 8x^2 + 1) = 1$?

Домашнее задание

71. Решите уравнение:

а) $\operatorname{tg} 2x \cos^2 x = \operatorname{tg} 2x \sin^2 x$; г) $6 \cos^2 x + 5 \cos \left(\frac{\pi}{2} - x \right) = 6 \operatorname{tg} 3x \operatorname{ctg} 3x$;
 б) $\frac{5 \sin x - 2 \cos^2 x - 1}{1 - \sin 3x} = 0$; д) $\frac{\sin x}{\sin x - 3 \cos x} + \frac{4}{\operatorname{tg} x + 3} = \frac{18}{\operatorname{tg}^2 x - 9}$.
 в) $\sin^4 2x + \sin^4 \left(2x - \frac{3\pi}{4} \right) = 0, 25$;

72. Найдите наибольшее возможное значение выражения $x\sqrt{1-y^2} + y\sqrt{1-x^2}$. (ММО-1990, 11.1)

73. Решите уравнение: $\sqrt{1-x^2} = 4x^3 - 3x$.

Тригонометрические уравнения-3

Отбор корней в тригонометрических уравнениях

67. а) $\operatorname{tg} 5x = \sin^2 x \operatorname{tg} 5x$; б) $\frac{1}{\operatorname{tg} 5x + \operatorname{tg} 2x} - \frac{1}{\operatorname{ctg} 5x + \operatorname{ctg} 2x} = \operatorname{tg} 3x$; в) $\frac{\operatorname{tg} x}{\cos^2 5x} - \frac{\operatorname{tg} 5x}{\cos^2 x} = 0$.

Тригонометрическая замена

68. Докажите, что из любых пяти чисел можно выбрать два числа x и y таких, что выполняется неравенство $0 \leq \frac{x-y}{1+xy} \leq 1$.

69. Среди всех решений $(x, y, z, v,)$ системы
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ z^2 + v^2 = 9 \\ xv + yz \geq 6. \end{cases}$$

найдите такие, при которых выражение $x + z$ принимает наибольшее значение.

70. Сколько корней на отрезке $[0; 1]$ имеет уравнение $8x(1 - 2x^2)(8x^4 - 8x^2 + 1) = 1$?

Домашнее задание

71. Решите уравнение:

а) $\operatorname{tg} 2x \cos^2 x = \operatorname{tg} 2x \sin^2 x$; г) $6 \cos^2 x + 5 \cos \left(\frac{\pi}{2} - x \right) = 6 \operatorname{tg} 3x \operatorname{ctg} 3x$;
 б) $\frac{5 \sin x - 2 \cos^2 x - 1}{1 - \sin 3x} = 0$; д) $\frac{\sin x}{\sin x - 3 \cos x} + \frac{4}{\operatorname{tg} x + 3} = \frac{18}{\operatorname{tg}^2 x - 9}$.
 в) $\sin^4 2x + \sin^4 \left(2x - \frac{3\pi}{4} \right) = 0, 25$;

72. Найдите наибольшее возможное значение выражения $x\sqrt{1-y^2} + y\sqrt{1-x^2}$. (ММО-1990, 11.1)

73. Решите уравнение: $\sqrt{1-x^2} = 4x^3 - 3x$.

Тригонометрические формулы: подводим итог

Формулы, которые надо понимать и применять, а учить там нечего:

Основное тригонометрическое тождество.

Формулы приведения.

Метод вспомогательного аргумента.

Формулы, которые сейчас надо и знать наизусть, и выписать в шпаргалку на будущее:

Формулы сложения.

Формулы двойного аргумента (для косинуса все три) и понижения степени.

Формулы преобразования суммы в произведение.

Формулы преобразования произведения в сумму.

Формулы, которые полезно записать в шпаргалку, но достаточно уметь быстро выводить:

Следствия из основного тригонометрического тождества.

Универсальная тригонометрическая подстановка.

Синус и косинус тройного угла.

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$$

Тригонометрические формулы: подводим итог

Формулы, которые надо понимать и применять, а учить там нечего:

Основное тригонометрическое тождество.

Формулы приведения.

Метод вспомогательного аргумента.

Формулы, которые сейчас надо и знать наизусть, и выписать в шпаргалку на будущее:

Формулы сложения.

Формулы двойного аргумента (для косинуса все три) и понижения степени.

Формулы преобразования суммы в произведение.

Формулы преобразования произведения в сумму.

Формулы, которые полезно записать в шпаргалку, но достаточно уметь быстро выводить:

Следствия из основного тригонометрического тождества.

Универсальная тригонометрическая подстановка.

Синус и косинус тройного угла.

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$$