

Листок 7. Вычисление пределов

20 октября 2022

10 "В" класс

1 Найдите пределы последовательностей

a $x_n = \frac{2^n + n^2}{3^n + n}$;

b $x_n = 2^n - n^k$;

c $x_n = \sqrt[n]{2}$;

d $x_n = \sqrt[n]{n}$.

2 Придумайте бесконечно малые $\{x_n\}$ и $\{y_n\}$ такие, что

a $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{y_n} = 0$;

b $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{y_n} = 1$;

c $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{y_n} = \infty$;

d последовательность $\left\{ \frac{x_n}{y_n} \right\}$ не стремится к бесконечности и не имеет конечного предела.

3 Предел последовательности $\{x_n\}$ положителен. Верно ли, что почти все члены последовательности положительны?

4 Пусть почти все члены сходящейся последовательности $\{x_n\}$ удовлетворяют неравенству $x_n \leq b$. Докажите, что $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n \leq b$.

5 Существует ли такая сходящаяся последовательность, которая не имеет ни наибольшего, ни наименьшего членов?

6 **Теорема о двух милиционерах (полицейских).** Пусть последовательность y_n заключена между последовательностями x_n и z_n , т.е. при любом n выполняется неравенство $x_n \leq y_n \leq z_n$. Докажите, что если $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \lim_{n \rightarrow \infty} z_n = a$, то последовательность $\{y_n\}$ сходится и $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = a$.

Листок 7. Вычисление пределов
20 октября 2022
10 “В” класс

1 Найдите пределы последовательностей

a $x_n = \frac{2^n + n^2}{3^n + n}$;

b $x_n = 2^n - n^k$;

c $x_n = \sqrt[n]{2}$;

d $x_n = \sqrt[n]{n}$.

2 Придумайте бесконечно малые $\{x_n\}$ и $\{y_n\}$ такие, что

a $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{y_n} = 0$;

b $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{y_n} = 1$;

c $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{y_n} = \infty$;

d последовательность $\left\{ \frac{x_n}{y_n} \right\}$ не стремится к бесконечности и не имеет конечного предела.

3 Предел последовательности $\{x_n\}$ положителен. Верно ли, что почти все члены последовательности положительны?

4 Пусть почти все члены сходящейся последовательности $\{x_n\}$ удовлетворяют неравенству $x_n \leq b$. Докажите, что $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n \leq b$.

5 Существует ли такая сходящаяся последовательность, которая не имеет ни наибольшего, ни наименьшего членов?

6 Теорема о двух милиционерах (полицейских). Пусть последовательность y_n заключена между последовательностями x_n и z_n , т.е. при любом n выполняется неравенство $x_n \leq y_n \leq z_n$. Докажите, что если $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \lim_{n \rightarrow \infty} z_n = a$, то последовательность $\{y_n\}$ сходится и $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = a$.