

# Листок 7. Вычисление пределов

20 октября 2022

10 "В" класс

1 Найдите пределы последовательностей

a  $x_n = \frac{2^n + n^2}{3^n + n}$ ;

b  $x_n = 2^n - n^k$ ;

c  $x_n = \sqrt[n]{2}$ ;

d  $x_n = \sqrt[n]{n}$ .

2 Придумайте бесконечно малые  $\{x_n\}$  и  $\{y_n\}$  такие, что

a  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{y_n} = 0$ ;

b  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{y_n} = 1$ ;

c  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{y_n} = \infty$ ;

d последовательность  $\left\{ \frac{x_n}{y_n} \right\}$  не стремится к бесконечности и не имеет конечного предела.

3 Предел последовательности  $\{x_n\}$  положителен. Верно ли, что почти все члены последовательности положительны?

4 Пусть почти все члены сходящейся последовательности  $\{x_n\}$  удовлетворяют неравенству  $x_n \leq b$ . Докажите, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n \leq b$ .

5 Существует ли такая сходящаяся последовательность, которая не имеет ни наибольшего, ни наименьшего членов?

6 **Теорема о двух милиционерах (полицейских).** Пусть последовательность  $y_n$  заключена между последовательностями  $x_n$  и  $z_n$ , т.е. при любом  $n$  выполняется неравенство  $x_n \leq y_n \leq z_n$ . Докажите, что если  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \lim_{n \rightarrow \infty} z_n = a$ , то последовательность  $\{y_n\}$  сходится и  $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = a$ .

**Листок 7. Вычисление пределов**  
**20 октября 2022**  
**10 “В” класс**

**1** Найдите пределы последовательностей

**a**  $x_n = \frac{2^n + n^2}{3^n + n}$ ;

**b**  $x_n = 2^n - n^k$ ;

**c**  $x_n = \sqrt[n]{2}$ ;

**d**  $x_n = \sqrt[n]{n}$ .

**2** Придумайте бесконечно малые  $\{x_n\}$  и  $\{y_n\}$  такие, что

**a**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{y_n} = 0$ ;

**b**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{y_n} = 1$ ;

**c**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{y_n} = \infty$ ;

**d** последовательность  $\left\{ \frac{x_n}{y_n} \right\}$  не стремится к бесконечности и не имеет конечного предела.

**3** Предел последовательности  $\{x_n\}$  положителен. Верно ли, что почти все члены последовательности положительны?

**4** Пусть почти все члены сходящейся последовательности  $\{x_n\}$  удовлетворяют неравенству  $x_n \leq b$ . Докажите, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n \leq b$ .

**5** Существует ли такая сходящаяся последовательность, которая не имеет ни наибольшего, ни наименьшего членов?

**6 Теорема о двух милиционерах (полицейских).** Пусть последовательность  $y_n$  заключена между последовательностями  $x_n$  и  $z_n$ , т.е. при любом  $n$  выполняется неравенство  $x_n \leq y_n \leq z_n$ . Докажите, что если  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \lim_{n \rightarrow \infty} z_n = a$ , то последовательность  $\{y_n\}$  сходится и  $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = a$ .